

文章编号: 1000-8055(2000) 04-0431-04

支承刚度各向异性部分充液转子系统的稳定性

祝长生

(浙江大学 电机系, 浙江 杭州 310027)

摘要: 在二维无粘旋转流体模型的基础上, 本文研究了支承刚度各向异性部分充液转子系统的稳定性问题, 系统地分析了转子系统的各参数对其稳定性的影响。结果发现转子的支承刚度非对称并非一定导致出现两个互相独立的不稳定区, 只有在系统参数的一定组合情况下, 两个独立的不稳定区才会出现。

关键词: 转子动力学; 稳定性; 各向异性

中图分类号: TH113.1; TH133.3

文献标识码: A

1 前言

在各类离心分离机、水冷旋转机械及自旋稳定卫星中, 转子的空腔内通常都存在着一一定量的流体, 旋转流体与转子的相互作用会使转子系统在一定的转速范围内产生不稳定。在不稳定区转子以极大的振动作异步涡动, 严重地影响了转子系统的正常运行。

部分充液转子的不稳定现象自从 Kollmann^[1] 在实验中观察到之后, 已有一些学者从事了这一方面的研究工作^[2~7], 但转子系统基本上采用刚度各向同性的模型。只有 Brommundt 和 Ostermeyer^[4] 及 Holm 和 Trager^[5] 分别研究了支承刚度非对称柔性悬臂转子及刚性转子系统的稳定性问题, 结果发现由于支承刚度的非对称使原来支承刚度对称的部分充液转子的一个不稳定区分裂为多个独立的不稳定区, 但是他们并没有说明在什么条件下会出现多个独立的不稳定区。本文在二维无粘旋转流体模型的基础上, 详细地分析了支承刚度各向异性部分充液转子系统的稳定性问题和转子系统的各参数对其稳定性的影响。

2 旋转流体和转子系统模型

为了分析方便, 我们采样二维不可压无粘旋

转流体模型^[2,3]。在这个模型中我们作了充液腔为对称的园柱形(内半径为 a 高度为 $2h$), 转子以恒速 Ω 稳定运行, 重力作用不予考虑, 腔的几何中心与腔的重心相重合以及稳定状态流体层的内表面为与腔同轴的园柱面等假设。在转子的运动为下列形式的情况下:

$$X = \bar{X} \exp(\omega t) \text{ 和 } Y = \bar{Y} \exp(\omega t) \quad (1)$$

旋转流体对转子的作用力在固定的直角坐标系中的分力为:

$$\begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} (M_{++} - M_{--}) & -i(M_{+-} - M_{-+}) \\ i(M_{+-} - M_{-+}) & (M_{++} - M_{--}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} \quad (2)$$

其中: $M_{\pm\pm} = \frac{1}{2} m_F \omega^2 \left[\frac{2(\Omega \pm \omega)^2 - \omega^2}{(1 + \Gamma)(\Omega \pm \omega)^2 - \omega^2} \right]$
 $\Gamma = (a^2 + b^2)/(a^2 - b^2)$, b 为旋转流体层内表面半径, m_F 为全部充满空腔时流体的质量。

转子是一个垂直对称地支承在两个刚度各向异性轴承上的中间具有一个园柱形空腔的刚性转子, 如图 1 所示。转子系统可以简化为一个单质量的力学模型, 系统的运动由圆盘质量中心的坐标来描述。选择支承刚度最小和最大的方向为 X 和 Y 轴的方向并假设系统的等效质量为 M , 外阻尼系数为 C , 在 X 和 Y 轴方向上的支承刚度系数分别为 K_X 和 K_Y , 忽略转子系统内阻尼的作用, 则

收稿日期: 1999- 01- 25; 修订日期: 1999- 04- 20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19802015); 国家教委回国人员科研启动基金资助项目

作者简介: 祝长生(1963-), 男, 杭州市浙江大学电机系副教授, 博士

Copyright © 2000 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

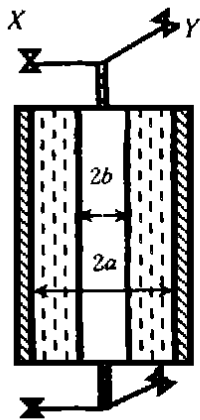


图1 转子系统分析模型

在固定的 XY 坐标系中转子系统的运动方程为:

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_X & 0 \\ 0 & K_Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} \quad (3)$$

在假设方程(3)的解为 $X = \bar{X} \exp(\lambda t)$ 和 $Y = \bar{Y} \exp(\lambda t)$ 的情况下,得到系统的特征方程。经无量纲处理后,系统特征方程的无量纲形式为:

$$b_8 \bar{\lambda}^8 + b_7 \bar{\lambda}^7 + b_6 \bar{\lambda}^6 + b_5 \bar{\lambda}^5 + b_4 \bar{\lambda}^4 + b_3 \bar{\lambda}^3 + b_2 \bar{\lambda}^2 + b_1 \bar{\lambda} + b_0 = 0 \quad (4)$$

其中: $\bar{\lambda} = \lambda / \omega_r$, $\omega = \text{Im}(\lambda)$

$$b_8 = a_1^2, \quad b_7 = 2\xi \Gamma a_1$$

$$b_6 = \Gamma a_1 a_2 + 2S^2(2\bar{m} + a_3) \cdot$$

$$(3\bar{m} + a_3 + 1) + \Gamma^2 \xi^2$$

$$b_5 = \Gamma^2 a_2 \xi + 2\xi S^2 a_4$$

$$b_4 = \Gamma^2 K + a_2 a_4 S^2 + (2\bar{m} + a_3)^2 S^4 +$$

$$2\xi^2(a_3^2 + a_3)S^2$$

$$b_3 = S^2 \xi(a_3^2 + a_3)a_2 + 2\xi a_3(2\bar{m} + a_3)S^4$$

$$b_2 = 2KS^2(a_3^2 + a_3) + a_2 a_3(2\bar{m} + a_3) \cdot$$

$$S^4 + \xi^2 a_3^2 S^4$$

$$b_1 = S^4 a_2 a_3^2 \xi, \quad b_0 = KS^4 a_3^2$$

$$a_1 = \Gamma + \bar{m}, \quad a_2 = K + 1, \quad a_3 = 1 + \Gamma$$

$$a_4 = 2\Gamma^2 + 5\bar{m}\Gamma + 6\Gamma + 7\bar{m} + 4$$

$$\Gamma = (f^2 - 2f + 2)/(2f - f^2)$$

显然转子系统的稳定性由特征方程(4)的特征值所决定。如果所有特征值中的最大实部小于零,系统是稳定的,否则是不稳定的。影响系统稳定性的参数为充液量 $f = 1 - b/a (0 < f < 1)$, 质量比 $\bar{m} = m_F/M$, 外阻尼比 $\xi = C/M\omega_r$, 转速比 $S = \Omega/\omega_r$ 和支承刚度比 $K = \max(K_X, K_Y)/\min(K_X,$

$K_Y)$ 。 K 的大小表示支承刚度非对称性的程度, 支承刚度各向同性时 $K = 1$ 。

$$\omega_r = \min(K_X, K_Y)/M$$

3 数值结果及分析

系统特征方程(4)是一个复系数的代数方程, 用数值方法可以方便地求出所有的特征值。本文数值分析的参数范围为 $f = 0.01 \sim 0.99$, $\bar{m} = 0.01 \sim 1.0$, $S = 0.0 \sim 3.0$, $K = 1.0 \sim 2.50$, $\xi = 0.0, 0.01, 0.05$ 及 0.1 。

图2为 $K = 2$ 时转子系统特征值的最大实部随转速比 S 的变化。当不考虑外阻尼时, 支承刚度各向异性转子系统的不稳定区可能是两个有限的区间, 这两个不稳定区分别与支承刚性各向异性转子系统的两个临界区相对应。但在考虑到外阻尼之后, 系统特征值的最小实部均大于零, 转子在任何转速下都是不稳定的。这一结论与支承刚度各向同性部分充液转子系统已得到的结论相一致^[2,3]。其原因在于流体模型中忽略了流体粘性的作用。所以下面的参数分析是在无外阻尼的情况下进行的。

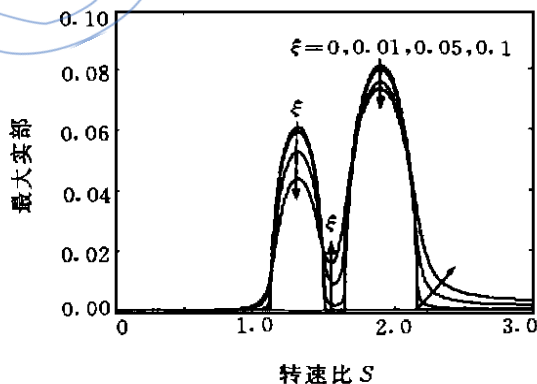


图2 特征值的最大实部随转速比的变化

图3表示了不同 K 的情况下不稳定区的上下边界转速随充液量 f 的变化。在最小支承刚度方向上的不稳定区随 K 的增加变化不大, 一般不超过支承刚度各向同性转子系统的不稳定区; 而最大支承刚度方向上的不稳定区随 K 的增大迅速地向高转速区移动, 两个不稳定区之间的稳定区增大。在较小 f 的范围内, 如果 K 不大, 如图中 $K = 1.5$, 这两个不稳定区会相互交叉变为一个很宽的不稳定区, 即便这两个不稳定区相互独立, 但由于两者之间的稳定区较小, 转子也不可能在这个区间内运行, 所以支承刚度的非对称将明显地

增大了转子系统的不稳定区。

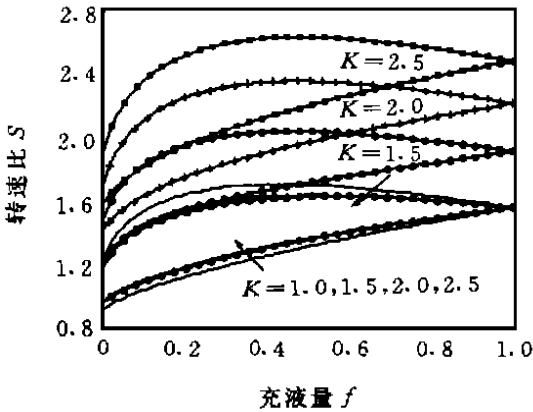


图 3 充液量 f 对不稳定区的影响

图 4 给出的不同 f 情况下转子系统不稳定区随 K 变化的结果说明了支承刚度非对称并非一定出现两个不稳定区, 只有当 K 大于一定程度后才会出现两个不稳定区。

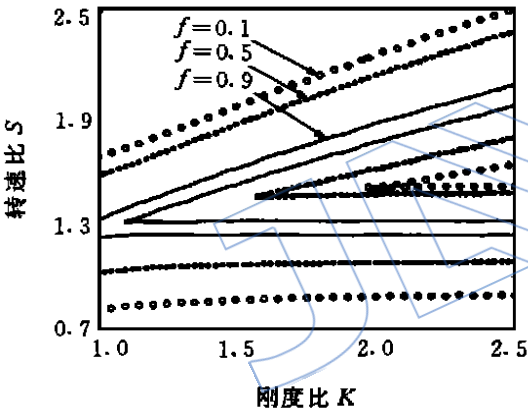


图 4 支承刚度比 K 对不稳定区的影响

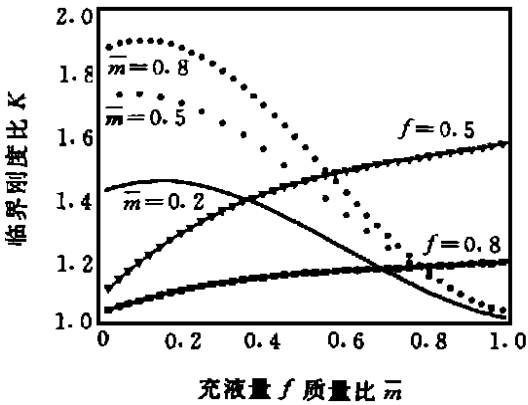


图 5 出现 2 个不稳定区 K 的临界值随 f 或 $\bar{m}$ 的变化

图 5 给出了转子系统出现两个不稳定区 K 的临界值随质量比 $\bar{m}$ 和 f 的变化情况。可见, $\bar{m}$

越大或 f 越小, 出现两个不稳定区的刚度非对称性要越大。

图 6 为不同质量比 $\bar{m}$ 的情况下 f 对不稳定区上下边界转速大小的影响。两个不稳定区的下边界转速随 f 的增大基本上成线性的增大, 但是不稳定区的上边界转速随 f 的增大先是迅速的增大, 达到最大后又开始减小。即各不稳定区随充液量的增大先是增大, 当不稳定区达到最大之后, 又随之减小。随 $\bar{m}$ 的增大, 在 f 较小时, 不稳定区明显增大但向低速方向的移动相对较小; 而在 f 较大时不稳定区没有明显地增大但向低速方向的移动较为明显。

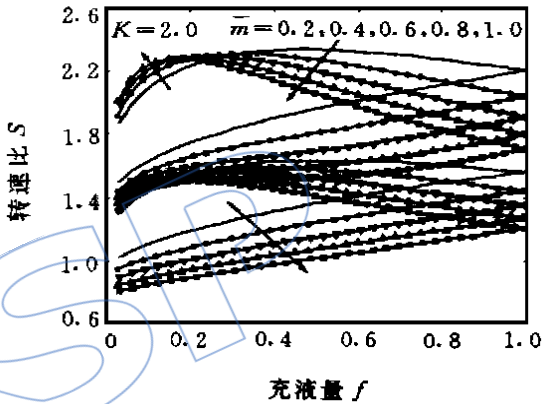


图 6 充液量 f 对系统不稳定区的影响

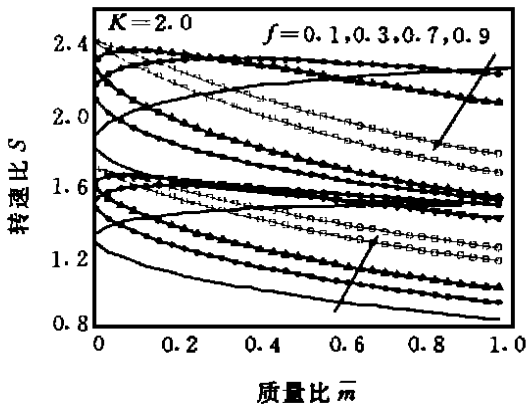


图 7 质量比 $\bar{m}$ 对系统不稳定区的影响

图 7 为不同充液量 f 情况下质量比 $\bar{m}$ 对不稳定区上下边界转速的影响。当 f 很大或较大时, 不稳定区的上下边界转速随 $\bar{m}$ 的增大而减小, 不稳定区基本上没有发生明显地增大。在 f 较小时, 如 $f = 0.3$, 不稳定区的下边界始终随 $\bar{m}$ 的增大而减小, 而不稳定区的上边界在 $\bar{m}$ 较小的范围内随 $\bar{m}$ 的增大而增大, 然后基本上保持不变, 所以不稳定区随 $\bar{m}$ 的增大而增大, 并向低速

速区移动。当 f 很小时,不稳定区的上边界转速随 $\bar{m}$ 的增大而增大,不稳定区的下边界随 $\bar{m}$ 的增大而减小,转子系统的各不稳定区随 $\bar{m}$ 的增大而增大。在 $\bar{m}$ 较大和 f 较小的情况下,不仅系统出现不稳定的下边界转速可能小于空转子系统的临界转速,而且两个不稳定区会发生相互交叉变为一个很宽的不稳定区。

4 结 论

(1)在二维无粘旋转流体模型意义下,外阻尼对部分充液转子系统是一种失稳因素。(2)只有在系统参数的一定组合下,支承刚度各向异性的部分充液转子系统才会出现两个相互分离的不稳定区。在较小充液量的范围内,如果刚度比较小而质量比较大,支承刚度各向异性部分充液转子系统会出现一个很宽的不稳定区。(3)支承刚度的非对称始终对部分充液转子系统的稳定性产生不利的影响,所以为了缩小不稳定区,充液转子系统应尽量采用对称的支承元件。

参考文献:

[1] Kollmann F G. Experimentelle und Theoretische

Untersuchungen über die Kritischen Drehzahlen Flüssigkeitsgefüllter Hohlkörper [M]. Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Ausgabe, B, 1962, 28: 115–123 and PP: 147–153

[2] Wolf J A Jr. Whirl Dynamics of a Rotor Partially Filled with Liquid [J]. J. of Applied Mech., 1968, 35(4): 676–682

[3] Zhang W, et al. Dynamic Stability of a Rotor Filled or Partially Filled with Liquid [J]. J. of Applied Mech., 1996, 64(1): 101–105

[4] Brommundt E, Ostermeyer G P. Stability of a Rotor Partially Filled with Liquid and Attached to an Anisotropically Mounted Shaft [J]. Ingenieur-Archiv, 1986, 56(3): 379–388

[5] Holm-Christensen O, Trager K. A Note of Instability Caused by Liquid Motions [J]. J. of Applied Mech., 1991, 58(4): 801–811

[6] 张杰等. 部分充液转子系统的异步振动 [J]. 上海交通大学学报, 1991, 25(1): 1–9

(责任编辑 王震华)

Stability of a Rotor System on Support of Anisotropical Rigidity and Partially Filled with an Inviscid Fluid

ZHU Chang-sheng

(Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract: The stability of rigid rotor on support of anisotropical rigidity with a cavity chamber partially filled with fluid was studied on the basis of a two-dimensional inviscid rotating fluid model. The effects of the system parameters, such as fluid fill ratio, mass ratio, external damping and support anisotropical rigidity ratio, on the instability of the rotor system were considered. It is shown that there probably exist two unstable regions of the rotational speeds that correspond to the two critical speeds of the rigid rotor system. However, the anisotropical rigidity of the support does not always result in occurring two unstable regions of rotational speeds. The possibility of their occurrence also depends on other system parameters. Since the anisotropical rigidity of support always makes the unstable region of rotational speeds increase, it is suggested that the support of anisotropical rigidity should be avoided as possible.

Key words: rotor dynamics; stability; anisotropical rigidity